

التمرين الأول:

لتكن f دالة معرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{(1+2e)x - e^2}{x+1}$

1- ادرس اتجاه تغير الدالة f .

2- ادرس حسب قيم x إشارة $f(x) - x$.

- لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة على N كما يلي: $u_0 = e+1$ و $u_{n+1} = f(u_n)$

3- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > e$

4- استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة

- احسب $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$.

5- لتكن (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل n ، كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = \frac{1}{u_n - e}$

أ- بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها r وحدها الأول v_0 .

ب- أكتب v_n و u_n بدلالة n .

6- احسب S_n و S'_n : $S_n = v_0 u_0 + v_1 u_1 + \dots + v_n u_n$ $S'_n = e^{\frac{u_0}{u_0 - e}} \times e^{\frac{u_1}{u_1 - e}} \times \dots \times e^{\frac{u_n}{u_n - e}}$

التمرين الثاني:

لتكن f الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = e^{\frac{x+1}{2}} - e^{-x-1}$ ، نسمي (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

2- عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3- عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -1$

4- أنشئ كلا من المماس (T) والمنحنى (C_f) .

5- ناقش بيانياً و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = mx + m$

6- λ عدد حقيقي حيث $\lambda > 0$. احسب $S(\lambda)$ المساحة للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمت التي معادلتها $y = 0$

و $x = -1$ و $x = \lambda$ ثم عين $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$

1. نعرف الدالة g على \mathbb{R} بـ: $g(x) = f(x) + e^{-x-1}$

نسمي g' ، g'' ،، $g^{(n)}$ الدوال المشتقة النونية للدالة g حيث n عدد طبيعي غير معدوم

- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $g^{(n)}(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)^n e^{\frac{x+1}{2}}$



التمرين الثالث:

(I) الدالة العددية g المعرفة على $]0; +\infty[$ ما يلي: $g(x) = 2x - 1 + 2x \ln(2x)$

-1 ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

-2 احسب $g\left(\frac{1}{2}\right)$. استنتج إشارة $g(x)$.

(II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{2x - 1 - \ln(2x)}{2x + 1}$

(C) تمثيلها البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) $\|\vec{i}\| = 2cm$.

-1 احسب النهايات الدالة f واستنتج المستقيمين المقاربين.

-2 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما: $f'(x) = \frac{g(x)}{x(2x+1)^2}$

-3 استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

-4 عين نقطة تقاطع (C) مع محور الفواصل.

-5 ادرس الوضع النسبي بين المنحنى (C) والمستقيم $y = 1$.

-6 أنشئ المستقيم المقارب و المنحنى (C)

- الدالة العددية h المعرفة على R^* بحيث: $h(x) = f(|x|)$

-1 بين أن h دالة زوجية.

-ب- أنشئ المنحنى (Γ) للدالة h انطلاقا من المنحنى (C).

- الدالة العددية k المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $k(x) = \frac{-\ln(2x)}{2x+1}$. تمثيلها البياني.

-7 ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C) و (γ) .

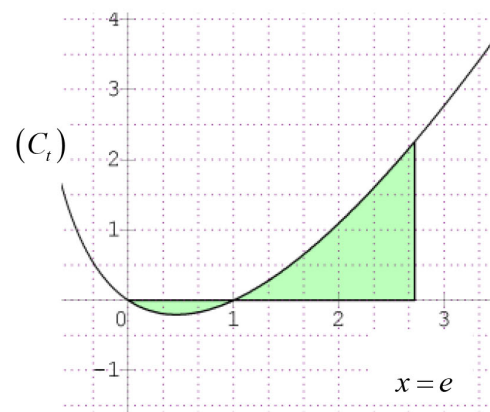
-8 احسب $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C) و (γ)

والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x = \lambda$, $x = 1$ ($\lambda > 1$ عدد حقيقي و $\lambda > 1$).

ثم احسب $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$

سؤال إضافي: باستعمال التكامل بالتجزئة احسب $\int_0^e t(x) dx = \int_0^e (x-1) \ln(x+1) dx$

حيث (C_t) منحنى الدالة t أنظر الشكل





الحل النموذجي للاختبار التجريبي رقم 4 للفصل الثاني

سنوات الثالثة الشعب العلمية

الأستاذ: قشار صلح

التمرين الأول:

$$f(x) = \frac{(1+2e)x - e^2}{x+1} \text{ دالة معرفة على }]-1; +\infty[\text{ بـ}$$

1- دراسة اتجاه تغير الدالة f

حساب المشتقة:

$$f'(x) = \frac{(1+2e)(x+1) - (1+2e)x + e^2}{(x+1)^2} = \frac{1+2e+e^2}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(1+e)^2}{(x+1)^2} \text{ ومنه}$$

بما أن $f'(x) > 0$ فإن الدالة f متزايدة تماما على $]-1; +\infty[$ - دراسة إشارة $f(x) - x$

$$f(x) - x = \frac{(1+2e)x - e^2}{x+1} - x = \frac{(1+2e)x - e^2 - x^2 - x}{x+1}$$

$$= \frac{-x^2 - e^2 + 2ex}{x+1} = -\frac{(x-e)^2}{x+1}$$

ومنه $f(x) - x < 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_0 - e + 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{array} \right. \text{ المتتالية العددية المعرفة على } N \text{ كما يلي:}$$

2- البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > e$ الخاصية $P(n) \dots$ التحقق من صحة $P(0)$ لدينا $u_0 = e+1$ ومنه $u_0 > e$ ومنه $P(0)$ محققة.نفرض صحة $P(n)$ ونبرهن صحة $P(n+1)$ لدينا من الفرضية $u_n > e$ ولدينا الدالة f المرفقة متزايدة تماما ومنه $f(u_n) > f(e)$ ومنه $u_{n+1} > e$ ومنه حسب مبدأ الاستدلال بالتراجعفإنه من أجل كل عدد طبيعي $u_n > e$ 3- استنتاج اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتاج أنها متقاربةلدينا $f(x) - x < 0$ يكافئ $u_{n+1} - u_n < 0$ منالمتتالية (u_n) متناقصة تماما.بما أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل فإنها

متقاربة

- حساب النهاية: لدينا $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} u_{n+1} = l$

$$l^2 + l = (1+2e)l - e^2 \text{ ومنه } l = \frac{(1+2e)l - e^2}{l+1}$$

$$l^2 + l - (1+2e)l + e^2 = 0$$

$$l = e \text{ ومنه } l^2 - 2el + e^2 = 0 \text{ ومنه } (l-e)^2 = 0 \text{ ومنه } l = e$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n = e \text{ ومنه}$$

$$v_n = \frac{1}{u_n - e} \text{ متتالية عددية معرفة على } N \text{ بـ}$$

أ- تبيان أن المتتالية (v_n) متتالية حسابية مع تعيين أساسها v_0

$$v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1} - e} = \frac{1}{\frac{(1+2e)u_n - e^2}{u_n + 1} - e}$$

$$= \frac{1}{\frac{(1+2e)u_n - e^2 - eu_n - e}{u_n + 1}} = \frac{1}{\frac{(1+2e)u_n - e^2 - eu_n - e}{u_n + 1}}$$

$$= \frac{1}{(1+e)u_n - (1+e)e} = \frac{u_n + 1}{(1+e)u_n - (1+e)e}$$

$$v_{n+1} - v_n = \frac{u_n + 1}{(1+e)u_n - (1+e)e} - \frac{1+e}{(1+e)(u_n - e)}$$

$$= \frac{u_n - e}{(1+e)(u_n - e)} = \frac{1}{1+e}$$

ومنه (v_n) متتالية حسابية أساسها $r = \frac{1}{1+e}$ وحدهاالأول $v_0 = 1$ ب- كتابة v_n و u_n بدلالة n .

$$v_n = v_0 + nr = 1 + \frac{n}{1+e}$$

$$\text{لدينا } v_n = \frac{1}{u_n - e} \text{ ومنه } u_n - e = \frac{1}{v_n} \text{ ومنه}$$

$$u_n = \frac{1}{v_n} + e$$

$$\text{ومنه } u_n = \frac{1}{1 + \frac{n}{1+e}} + e = \frac{1+e}{1+e+n} + e$$

حساب S_n و S'_n : $S_n = v_0 u_0 + v_1 u_1 + \dots + v_n u_n$

$$\text{لدينا } v_n = \frac{1}{u_n - e} \text{ ومنه } v_n (u_n - e) = 1 \text{ ومنه } u_n v_n = e v_n$$

ومنه

$$S_n = e v_0 + e v_1 + \dots + e v_n = e (v_0 + v_1 + \dots + v_n)$$

$$\text{ومنه } S_n = e \left[\frac{n+1}{2} \left(2 + \frac{n}{1+e} \right) \right]$$

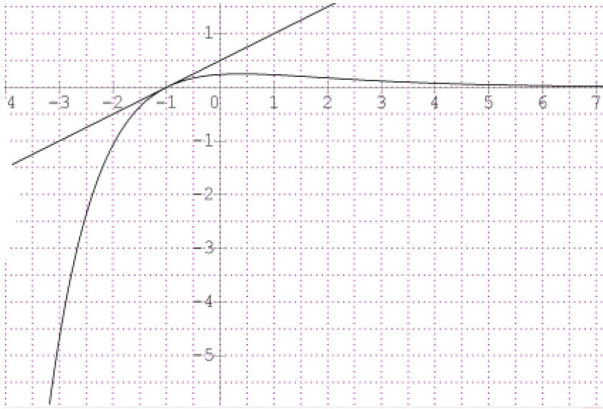
$$\text{حساب } S' = e^{\frac{u_0}{u_0 - e}} \times e^{\frac{u_1}{u_1 - e}} \times \dots \times e^{\frac{u_n}{u_n - e}}$$

$$\text{لدينا } v_n = \frac{1}{u_n - e} \text{ ومنه } u_n v_n = e \text{ ومنه}$$

$$S' = e^{u_0 v_0} \times e^{u_1 v_1} \times \dots \times e^{u_n v_n} = e^{u_0 v_0 + u_1 v_1 + \dots + u_n v_n}$$



4- إنشاء (T) و (C_f)



5- المناقشة بياناً و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول

$$f(x) = mx + m$$

المستقيم $y = mx + m$ يشمل نقطة ثابتة هي

$$0 = m(x+1) - y \text{ ومنه } 0 = mx + m - y$$

$$\text{ومنه } y = 0 \text{ و } x = -1$$

ومن المستقيمات $y = mx + m$ تشمل $(-1; 0)$

حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات

$$y = mx + m$$

$m \in]-\infty; 0]$ للمعادلة حل وحيد.

$m \in]0; \frac{1}{2}[$ للمعادلة حلين متمايزين.

من أجل $m = \frac{1}{2}$ للمعادلة حل مضاعف.

من أجل $m \in]\frac{1}{2}; +\infty[$ للمعادلة حلين متمايزين.

6- عدد حقيقي حيث $\lambda > 0$.

حساب $S(\lambda)$ المساحة للحيز المستوي المحدد بالمنحنى

(C_f) و المستقيمات التي معادلتها $y = 0$ و $x = -1$

$$\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda) \text{ ثم تعيين } x = \lambda$$

$$S(\lambda) = \int_{-1}^{\lambda} f(x) dx = [F(x)]_{-1}^{\lambda}$$

$$= \left[-2e^{\frac{x+1}{2}} + e^{-x-1} \right]_{-1}^{\lambda} = -2e^{\frac{\lambda+1}{2}} + e^{-\lambda-1} + 1 \text{ ua}$$

$$\text{ومنه } \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda) = 1$$

I. نعرّف الدالة g على \mathbb{R} بـ $g(x) = f(x) + e^{-x-1}$

نسمي g' ، g'' ،، $g^{(n)}$ الدوال المشتقة النواتجة

للدالة g حيث n عدد طبيعي غير معدوم

$$S'_n = e^{\left[\frac{n+1}{2} \left(2 + \frac{n}{1+e} \right) \right]} \text{ ومنه } S' = e^{S_n} \text{ ومنه}$$

التمرين الثاني:

f دالة معرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = e^{\frac{x+1}{2}} - e^{-x-1}$

سمي (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1- حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ وتبين أن

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{x+1}{2}} - e^{-x-1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\frac{x+1}{2}} - e^{-x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x-1} \left(e^{\frac{x+1}{2}} - 1 \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x-1} \left(e^{\frac{x+1}{2} + x+1} - 1 \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x-1} \left(e^{\frac{3x+3}{2}} - 1 \right) = -\infty$$

2- تعيين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها:

-حساب المشتقة:

$$f'(x) = -\frac{1}{2} e^{\frac{x+1}{2}} + e^{-x-1} = \frac{1}{2} e^{-x-1} \left(-e^{\frac{x+1}{2}} + 2 \right)$$

$$\text{لدينا } \frac{1}{2} e^{-x-1} > 0 \text{ ومنه } -e^{\frac{x+1}{2}} + 2 = 0 \text{ ومنه } \ln 2 = \frac{x+1}{2}$$

$$\text{ومنه } \ln 4 - 1 = x$$

x	$-\infty$	$\ln(4)-1$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$

ومن الدالة f متزايدة تماماً على $]-\infty; \ln 4 - 1]$ ومتناقصة تماماً على

$[\ln 4 - 1; +\infty[$

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	$\ln(4)-1$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 1/4$	$\searrow 0$

3- تعيين معادلة (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات

$$x_0 = -1$$

$$y = f'(-1)(x+1) + f(-1) = \frac{1}{2}(x+1) + 0$$

$$\text{ومن معادلة المماس } (T) \text{ هي } y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$



جدول التغيرات:

x	0	$\frac{1}{2e^2}$	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+
$g(x)$	-1		$+\infty$

2- حساب $g\left(\frac{1}{2}\right)$. استنتاج إشارة $g(x)$

$$g\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \text{ ومنه}$$

استنتاج إشارة الدالة g

x	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

(II) الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي :

$$f(x) = \frac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1}$$

(C) تمثيلها البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوبإلى المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) . $\|\vec{i}\| = 2cm$ 1- حساب النهايات الدالة f واستنتاج المستقيمين المقارنين.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x \left(1 - \frac{1}{2x} - \frac{\ln(2x)}{2x}\right)}{2x \left(1 + \frac{1}{2x}\right)} = 1$$

للمنحني مستقيمين مقارنين $x=0$ و $y=1$

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x(2x+1)^2} \text{ -2 بين أنه:}$$

$$f'(x) = \frac{\left(2 - \frac{1}{x}\right)(2x+1) - 2(2x-1-\ln(2x))}{(2x+1)^2}$$

$$= \frac{-\frac{1}{x} + 2 + 2\ln(2x)}{(2x+1)^2} = \frac{-1 + 2x + 2x\ln(2x)}{x(2x+1)^2}$$

$$= \frac{g(x)}{x(2x+1)^2}$$

3- استنتاج اتجاه تغير الدالة f لدينا $x(2x+1)^2 > 0$ ومنه إشارة الدالة f من إشارة $g(x)$

x	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+

- البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم :

$$g^{(n)}(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)^n e^{-\frac{x+1}{2}}$$

$$g^{(n)}(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)^n e^{-\frac{x+1}{2}} \dots P(n) \text{ الخاصية}$$

التحقق من أجل $P(1)$ أي

$$g^{(1)}(x) = \left(-\frac{1}{2}\right) e^{-\frac{x+1}{2}} \dots P(1)$$

$$f'(x) = -\frac{1}{2} e^{-\frac{x+1}{2}} + e^{-x-1} \text{ لدينا}$$

$$g'(x) = f'(x) - e^{-x-1} = f'(x)$$

$$= -\frac{1}{2} e^{-\frac{x+1}{2}} + e^{-x-1} - e^{-x-1} = -\frac{1}{2} e^{-\frac{x+1}{2}}$$

ومنه $P(1)$ محققةنرض صحة $P(n)$ ونبرهن صحة $P(n+1)$

$$g^{(n+1)}(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1} e^{-\frac{x+1}{2}}$$

$$\left(g^{(n)}(x)\right)' = \left(-\frac{1}{2}\right)^n \times \left(-\frac{1}{2}\right) e^{-\frac{x+1}{2}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1} e^{-\frac{x+1}{2}}$$

منه حسب مبدأ البرهان بالتراجع فإنه من أجل كل عدد طبيعي n

$$g^{(n)}(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)^n e^{-\frac{x+1}{2}}$$

تمرين الثالث:(I) الدالة العددية g المعرفة على $]0, +\infty[$ ما يلي:

$$g(x) = 2x - 1 + 2x \ln(2x)$$

1- دراسة تغيرات الدالة g :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x - 1 + 2x \ln(2x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} 2x - 1 + \underbrace{2x \ln(2x)}_0 = -1$$

حساب المشتقة: $g'(x) = 2 + 2 \ln(2x) + 2 = 4 + 2 \ln(2x)$

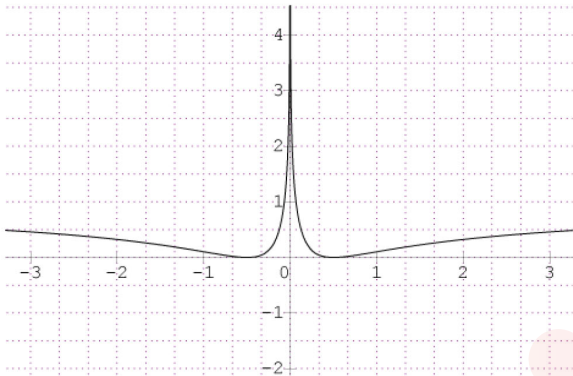
$$x = \frac{e^{-2}}{2} \text{ ومنه } \ln(2x) = -2 \text{ ومنه } 4 + 2 \ln(2x) = 0$$

x	0	$\frac{1}{2e^2}$	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+

منه الدالة g متزايدة تماما على $\left[\frac{1}{2e^2}; +\infty\right[$ متناقصة تماما على $\left]0; \frac{1}{2e^2}\right]$



ت- انشاء المنحنى (Γ) للدالة h انطلاقاً من المنحنى (C)
من أجل $x > 0$ المنحنى (Γ) و (C) متطابقان.
وبما أن الدالة h زوجية فإن المنحنى (Γ) متناظر بالنسبة لمحور الترتيب



الدالة العددية k المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $k(x) = \frac{-\ln(2x)}{2x+1}$
(γ) تمثيلها البياني.

7- دراسة الوضع النسبي للمنحنيين (C) و (γ)

$$f(x) - k(x) = \frac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1} - \frac{-\ln(2x)}{2x+1}$$

$$f(x) - k(x) = \frac{2x-1}{2x+1}$$

ومن أجل $x \in]0; \frac{1}{2}[$ المنحنى (C) تحت المنحنى (γ).

من أجل $x = \frac{1}{2}$ المنحنى (C) يقطع المنحنى (γ) عند $(\frac{1}{2}; 0)$.

ومن أجل $x \in]\frac{1}{2}; +\infty[$ المنحنى (C) فوق المنحنى (γ).

8- حساب $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C) و (γ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x = \lambda$ ، $x = 1$

$$\begin{aligned} S(\lambda) &= \int_1^\lambda f(x) - k(x) dx = \int_1^\lambda \frac{2x-1}{2x+1} dx \\ &= \int_1^\lambda \frac{2x+1-2}{2x+1} dx = \int_1^\lambda \left(1 - \frac{2}{2x+1}\right) dx \\ &= [x - \ln(2x+1)]_1^\lambda = \lambda - \ln(2\lambda+1) - 1 + \ln(3) \\ S(\lambda) &= [\lambda - \ln(2\lambda+1) - 1 + \ln(3)] \times 4cm^2 \end{aligned}$$

حساب

$$\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda) = \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} 4[\lambda - \ln(2\lambda+1) - 1 + \ln(3)]$$

$$= \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} 4(2\lambda+1) \left[\frac{\lambda}{2\lambda+1} - \frac{\ln(2\lambda+1)}{2\lambda+1} + \frac{\ln(3)}{2\lambda+1} \right]$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda) = +\infty$$

نه الدالة f متزايدة تماماً على $]\frac{1}{2}; +\infty[$ ومتناقصة تماماً على $]-\infty; \frac{1}{2}[$
تشكل جدول تغيرات الدالة f

x	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	0	1

4- تعيين نقطة تقاطع (C) مع محور الفواصل:

نحل المعادلة $f(x) = 0$ ومنه $2x-1-\ln(2x) = 0$

ومنه $2x-1=0$ ، $\ln(2x)=0$

$$s = \left\{ \frac{1}{2} \right\} \text{ ومنه}$$

5- دراسة الوضع النسبي بين المنحنى (C) والمستقيم $y=1$

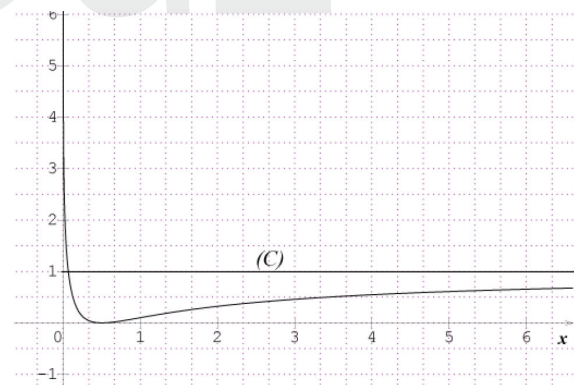
$$\begin{aligned} f(x) - 1 &= \frac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1} - 1 \\ &= \frac{-2 + \ln(2x)}{2x+1} \end{aligned}$$

منه $2x = e^{-2}$ ومنه $\ln(2x) = -2$ ومنه $-2 - \ln(2x) = 0$

$$x = \frac{e^{-2}}{2} \text{ نه}$$

x	0	$\frac{e^{-2}}{2}$	$+\infty$
$2x+1$	+	+	+
$-2+\ln(2x)$	-	0	+
$f(x)-1$	-	0	+

6- انشاء المستقيم المقارب و المنحنى (C):



- الدالة العددية h بحيث: $h(x) = f(|x|)$
- ا- تبيان أن h دالة زوجية:

لدينا $D_h = \mathbb{R}^*$ ومنه متناظرة بالنسبة للمبدأ.

$$h(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = h(x)$$



$$s_2 = \left[\ln(x+1) \left(\frac{1}{2}x^2 - x \right) \right]_1^e$$

$$- \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2}x^2 - 3x + 3\ln(x+1) \right]_1^e$$

$$= \ln(e+1) \left(\frac{1}{2}e^2 - e \right) + \frac{\ln 2}{2}$$

$$- \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}e^2 - 3e + 3\ln(e+1) \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{-5}{2} + 3\ln 2 \right)$$

$$s_2 = \ln(e+1) \left(\frac{1}{2}e^2 - e \right) +$$

$$\frac{8\ln 2 - e^2 + 6e - 6\ln(e+1) - 5}{4}$$

ومنه

$$\int_0^e t(x) dx = s_1 + s_2 = 0,136 + 1,679 = 1,815 \text{ ua}$$

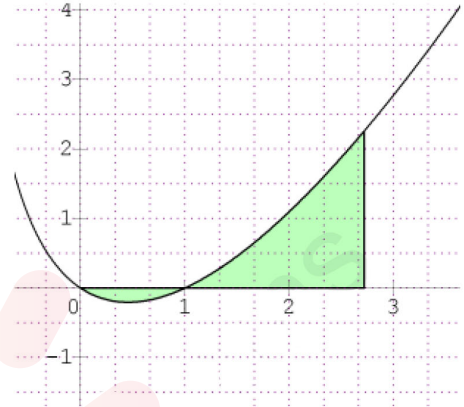
انتهي بالتوفيق للجميع

الأستاذة: قشار صالح

عن المحاولة نثوق عن الأبداع نثوق

سؤال إضافي: باستخدام التكامل بالتجزئة حساب

$$\int_0^e t(x) dx = \int_0^1 (x-1) \ln(x+1) dx$$



$$\begin{cases} u(x) = \ln(x+1) & u'(x) = \frac{1}{x+1} \\ v(x) = x-1 & v'(x) = \frac{1}{2}x^2 - x \end{cases}$$

$$\int_0^e t(x) dx = \underbrace{-\int_0^1 t(x) dx}_{s_1} + \underbrace{\int_1^e t(x) dx}_{s_2}$$

ومنه

$$s_1 = -\int_0^1 t(x) dx = - \left[\ln(x+1) \left(\frac{1}{2}x^2 - x \right) \right]_0^1$$

$$+ \int_0^1 \frac{1}{x+1} \left(\frac{1}{2}x^2 - x \right) dx$$

$$= - \left[\ln(x+1) \left(\frac{1}{2}x^2 - x \right) \right]_0^1 + \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{x^2 - 2x}{x+1} dx$$

$$= - \left[\ln(x+1) \left(\frac{1}{2}x^2 - x \right) \right]_0^1 + \frac{1}{2} \int_0^1 \left(x - 3 + \frac{3}{x+1} \right) dx$$

$$= - \left[\ln(x+1) \left(\frac{1}{2}x^2 - x \right) \right]_0^1 + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2}x^2 - 3x + 3\ln(x+1) \right]_0^1$$

$$= \frac{\ln 2}{2} - \frac{5}{4} + \frac{3\ln 2}{2}$$

$$s_1 = \frac{8\ln(2) - 5}{4}$$